ДРУГИ КОЛОКВИЈУМ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА

29. мај 2015

Професор: Игор Долинка　　　　　　Асистент: Бојан Башић

1. Знајући да су бројеви

$$3\,756\,801\,695\,685 \cdot 2^{666669} - 1 \text{ и } 3\,756\,801\,695\,685 \cdot 2^{666669} + 1$$

прости, израчунати вредност Јакобијевог симбола

$$\left(\frac{(3\,756\,801\,695\,685 \cdot 2^{666669})! - 1}{(3\,756\,801\,695\,685 \cdot 2^{666669})^2 - 1}\right).$$

2. Под претпоставком да постоји бесконачно много парова простих близанаца, доказати да постоји бесконачно много парова природних бројева (m, n) за које важи $\sigma(m) = \varphi(n)$.

3. Одредити најмањи природан број $k = r_1^{u_1} r_2^{u_2} \cdots r_z^{u_z}$, где су $r_1, r_2, \ldots, r_z$ прости и $z \geqslant 1$ — такав да најмањи природан број n који се може представити као збир квадрата два цела броја, узимајући у обзир и поредак, на тачно $4k$ начина има мање од $u_1 + u_2 + \cdots + u_z$ различитих простих фактора.

   Једна идеја: Најпре одбацити могућност да је k прост број, као и да је производ два проста броја (било иста, било различита). Потом испитивати редом преостале могућности, до наиласка на одговарајућу.